

Logica proposizionale o enunciativa

La **logica proposizionale** (o **enunciativa**) è un **linguaggio formale** con una semplice *struttura sintattica*, basata fondamentalmente su proposizioni elementari (atomi) e su **connettivi logici di tipo vero-funzionale**, che restituiscono il **valore di verità** di una proposizione in base al valore di verità delle proposizioni connesse (solitamente noti come AND, OR, NOT...).

La *semantica* della logica proposizionale definisce il significato dei simboli e di qualsiasi proposizione che rispetti le regole sintattiche del linguaggio, basandosi sui valori di verità associati agli atomi. Data una interpretazione (o modello) di una proposizione (in generale di un insieme di proposizioni), e cioè una associazione tra le proposizioni elementari e le realtà rappresentate, possiamo generare un insieme infinito di proposizioni con significato definito che riguardino quella realtà. Ciascuna proposizione si riferisce quindi a uno o più oggetti della realtà rappresentata (anche astratta, ovviamente) e permette di descrivere o *ragionare* su quell'oggetto, utilizzando i due soli valori "**Vero**" e "**Falso**".

Sintassi – Alfabeto - FBF

Sintassi

La definizione della struttura delle frasi (o sintassi) della logica proposizionale si fonda su due componenti:

un *alfabeto* di simboli

un insieme di sequenze di simboli (un [linguaggio](#)) definito tramite una [grammatica generativa](#)

Alfabeto

L'alfabeto della logica proposizionale è costituito da:

- Un insieme numerabile di simboli di proposizione: p, q, r, \dots
- I simboli dei [connettivi logici](#): \neg (NOT), \wedge (AND), \vee (OR), \rightarrow (implicazione), \leftrightarrow (doppia implicazione)

Formule ben formate

Le espressioni "sintatticamente corrette" della logica proposizionale (quelle che dovrebbero rappresentare degli enunciati dotati di senso in modo non ambiguo) sono chiamate **formule ben formate**, brevemente fbf (spesso in letteratura si trova anche *wff*, dall'inglese "well-formed formulas"), e sono definite mediante la seguente [definizione ricorsiva](#):

Semantica

Semantica

Alle formule della logica proposizionale possono essere associati dei [valori di verità](#) mediante una funzione di valutazione:

Si chiama **funzione di valutazione** una **funzione** che va dall'insieme L delle formule ben formate nell'insieme $\{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$ (vero, falso)

$$v : L \rightarrow \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$$

tale che per ogni coppia di fbf x e y valgano le seguenti condizioni:

$$v(\neg x) = \mathbf{V} \text{ se } v(x) = \mathbf{F}$$

$$v(\neg x) = \mathbf{F} \text{ se } v(x) = \mathbf{V}$$

$$v(x \wedge y) = \mathbf{V} \text{ se e solo se } v(x) = \mathbf{V} \text{ e } v(y) = \mathbf{V}$$

$$v(x \vee y) = \mathbf{V} \text{ se e solo se } v(x) = \mathbf{V} \text{ oppure } v(y) = \mathbf{V}$$

$$v(x \rightarrow y) = \mathbf{V} \text{ se e solo se } v(x) = \mathbf{F} \text{ oppure } v(y) = \mathbf{V}$$

$$v(x \leftrightarrow y) = \mathbf{V} \text{ se e solo se } v(x) = v(y)$$

Tavola della verità

Tali condizioni rispecchiano il significato che si vuole attribuire ai simboli associati ai [connettivi logici](#) e si possono riassumere mediante la seguente [tavola di verità](#):

P	Q	$\neg Q$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P \rightarrow Q$
F	F	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	F	V
V	F	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V

Si dimostra che una valutazione è univocamente individuata dai valori che assume sui simboli di proposizione: i valori sulle formule più complesse in cui compaiono simboli di operatori logici possono essere dedotti a partire dalle condizioni sopra esposte che definiscono una valutazione.

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Operatori logici

OPERATORI LOGICI	SIMBOLO
Non si dà il caso che	\sim
E	$\&$
O ... o	\vee
Se .. allora	\rightarrow
Se e solo se	\leftrightarrow

Esercizio di logica proposizionale

Interpretando la lettera 'P' come '*Sta piovendo*' e la lettera 'N' come '*Sta nevicando*', esprimere in logica proposizionale la forma di ciascuno dei seguenti enunciati :

- a) Sta piovendo
- b) Non sta piovendo
- c) O sta piovendo, o sta nevicando
- d) Sta sia piovendo che nevicando
- e) Sta piovendo, ma non sta nevicando
- f) Non è vero che sta sia piovendo che nevicando
- g) Se non sta piovendo, allora sta nevicando
- h) Non si dà il caso che, se sta piovendo, allora sta nevicando
- i) Non si dà il caso che, se sta nevicando, allora sta piovendo
- j) Sta piovendo se e solo se non sta nevicando
- k) Non sta né piovendo, né nevicando
- l) Se sta sia nevicando che piovendo, allora sta nevicando
- m) Se non sta piovendo, allora non è vero che sta sia nevicando che piovendo
- n) O sta piovendo, o sta sia nevicando che piovendo
- o) O sta sia piovendo che nevicando, o sta nevicando ma non piovendo

Soluzione

- a) P
- b) $\sim P$
- c) $P \vee N$
- d) $P \& N$
- e) $P \& \sim N$
- f) $\sim(P \& N)$
- g) $\sim P \rightarrow N$
- h) $\sim(P \rightarrow N)$
- i) $\sim(N \rightarrow P)$
- j) $P \leftrightarrow \sim N$
- k) $\sim(P \vee N)$, oppure $\sim P \& \sim N$
- l) $(N \& P) \rightarrow N$
- m) $\sim P \rightarrow \sim(N \& P)$
- n) $P \vee (N \& P)$
- o) $(P \& N) \vee (N \& \sim P)$